

分 数

コ ラ ム よ り

	ページ
教え方 分数その1	2
教え方 分数その2	3
教え方 分数その3	6
教え方 分数その4	11
分数の割り算の指導をいかにするべきか？	15
徒然 書店探訪草 (1)	29
徒然 書店探訪草 (2)	36
徒然 書店探訪草 (3)	47

教え方 分数その1

マンツーマンで、母と子が、落ち着いたお家の中で勉強をしています。

さあ。今日からいよいよ分数のお勉強です。

子供の、それを楽しみにしています。その様子を見てみましょう：

母「 $\frac{1}{5}$ を“5ぶんの1”って言うの。こういう数を“分数”って言うのよ。

下にあるほうの数を分母って言うの。上にある数は分子って言うのよ。ホラ、お母さんが子供をオンブしているみたいでしょ？」

子「ホントだ。おもしろーい。」

母「じゃあ、書く練習をしてみようね。まず、棒をはじめに真ん中に書いて」（書いてみせる）

母「書いてごらん。」

子「こう？」（子供が自分のノートに書く。）

母「そうそう。上手ね。次は分母よ。先にお母さんが立ってないとオンブできないわね。」（棒の下に5と書く。）

母「書いてごらん。」

子「こう？」（子供が自分のノートに書く。）

母「そうそう。上手。そして、分子よ。」（棒の上に1と書く。）

母「書いてごらん。」

子「赤ちゃんだね。」（子供が自分のノートに書く。）

母「上手に書けたわね。じゃあ、“5ぶんの1”って言いながら、3回書いてみようか。」

子「5ぶんの1」（子供が自分のノートに書く。）

子「5ぶんの1」（子供が自分のノートに書く。）

子「5ぶんの1」（子供が自分のノートに書く。）

母「すごく上手よ。さあ。それじゃあ、分数の足し算を教えてあげるわね。」

母「 $\frac{2}{5} + \frac{1}{5}$ という足し算よ。

これはね、分母の5はそのままで、分子だけを足すの。だから、答は $\frac{3}{5}$ よ。」

母「じゃあ、これはどうなるか分かるかな？ $\frac{3}{5} + \frac{1}{5}$ は？」

子「えーっと。5はそのままで、ん〜っと。わかった。 $\frac{4}{5}$ だ。」

母「はい。よくできました。そういうこと。じゃ、他にもいっぱい練習してみようね。」と言って、練習用のプリントに入る。

※

※

※

段階的にとても上手に教えています。新しく出てきた分数について、きちんと言葉と書き方を説明して、書く練習もさせていますね。これによって、心理的に、新しい概念がぐっと近づいてきます。そして、足し算も、やり方をきちんと説明した後、数字を変えて別の問題を考えさせて慣れさせ、それから数を増やして練習に入る、そこまでの流れです。段階的で、無理なく子供は上って行けます。

ただ、大変大切な事が一つ抜けているのです。
それは何でしょうか？

このあとは、専用コラムをご覧ください。

教え方 分数その2

母と子の分数のお勉強、第2弾です。

母「今日から分数の約分っていうのをお勉強しようね。」

子「ふううん。約分ってなあに？」

母「うん。たとえば $\frac{2}{4}$ という分数があるわね。分母と分子を見てごらん？どちらも2

で割り切れるでしょ。」

子「うん」

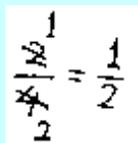
母「分母の4を2で割るといくら？」

子「えーと。4わる2は2だ。」

母「そうね。じゃあ、分子の2を2で割ると？2わる2はいくらかな？」

子「1だ。」

母「そうね。このときね、分母と分子を線を引いてこう消して、今わった答をここに書くの。」


$$\frac{\cancel{2}}{\cancel{4}} = \frac{1}{2}$$

母「これが『約分』よ。書いてごらん。」(今、母が書いたのと同じことを書く。)

母「じゃ、次は、 $\frac{3}{6}$ を約分してみようか。」

母「分母も分子も同じ数で割れるわね。何で割れるかしら？」

子「うーん。2かな？」

母「そうね。分母6わる2は、うん、割り切れるわね。あれ？分子はどう？ 3わる2は…？」

子「あっ。 … 」

母「分子の3は何で割れる？」

子「えっと、3…、かな？」

母「そうね、そのとおり！分子の3は3で割り切れるわね。じゃあ、分母の6はどうかしら？同じ3でわれないかな？」

子「あ。わかる、わかる。 じゃ、両方とも3でわればいいんだ。」

母「そのとおり！よく見つけましたー！！ パチパチ」

母「じゃあ、書いてみようね。」（書いてみせる。）

$$\frac{\cancel{3}^1}{\cancel{6}_2} = \frac{1}{2}$$

母「はい。同じように書いてごらん。」（今、母が書いたのと同じことを書く。）

母「よくできたわね。 $\frac{3}{6}$ を約分したら、答は $\frac{1}{2}$ で一す。約分って簡単でしょ。」

子「ほんと、簡単だね。」

母「それじゃあ、いろんな分数の約分を練習しようね。 $\frac{4}{12}$ を約分するとどうなるかな？」

お母さんは、このあと約分の練習を10問ほどやらせることができるように、初歩の問題集をかたわらに用意しています。

今回も、お母さんは、段階的にとても上手に教えています。

まず、はじめに、 $\frac{2}{4}$ の約分を初めて教えていますね。

意気込んで「約分とは…」と厳密に全部教えてしまうのではなく、今までやってきた割り算から入っています。そして、約分の書き方までていねいに教えて、子供に書かせるところまでやっています。上手に誘導していますね。

そして、次に $\frac{3}{6}$ の約分です。

今度は、はじめに「約分してみよう。」と言って、約分という言葉を使っています。こうすることで、いつの間にか子供は自然に約分の世界に入っています。

この指導がととてもすばらしいのは、

母が「分母も分子も同じ数で割れるわね。何で割れるかしら？」

と訊いて、子供が

「うーん。2かな？」

と答えたときです。ほんとは2ではないんだけど、子供と同じ目線に立って、

母「そうね。分母6わる2は、うん、割り切れるわね。」

と一度まず受け止めています。子供は、分母の6を見て、さっきと同じ2で割り切れると思ったのですね。その思いをまず受け止めてもらえた、ということが、子供の心を開放していきます。

このあとは、上のような誘導をしなくても、自分で「3だ」ということを見つけていくこともよくあります。そして、上の指導においても、子供は「3」という数を自分で見つけたという感触を持てるでしょう。

さあ。ここまで、 $\frac{2}{4}$ の約分から入って、 $\frac{3}{6}$ の約分へレベルアップしたあと、

母「それじゃあ、いろんな分数の約分を練習しようね。 $\frac{4}{12}$ を約分するとどうなるかな？」

と、次の段階へつないでいます。

お母さんは、このあと、初歩の問題集で、約分の練習を10問ほどやらせることができるかな、と考えています。

このように、少しずつレベルを上げながら、「約分」に慣らしていく配慮もすばらしいです。

さて、それでは、この指導における問題点は何でしょうか？

この問題点を認識することなく、指導を進めていっても、子供はそれなりに約分をできるようになっていきはするでしょう。

けれども、このような一つの勉強を通して数学的な力を育むためには、その認識があるのとないのとでは、大きな違いが出てきます。

そのような認識を得るためには、原理や法則を知ることが大切です。

『秘法 スーパーらくらくスタディ 直伝編』に、それらを解説してあります。

ここでは、《情知意サイクル》の「情」と「知」に関する理解が大切です。

さらに、《バリエーション・エクササイズ》と《量質転化の法則》を理解することで、子供の力は飛躍的についていきます。

このあとは、専用コラムをご覧ください。

教え方 分数その3

アニメ映画『おもひでぼろぼろ』を見たことのある人も多いでしょう。

(原作：岡本螢 刀根夕子、製作プロデューサー：宮崎駿、脚本・監督：高畑勲)

名作です。ごくありふれた日常の中から、あれほどの感動を引き出す監督の手腕には脱帽します。それは、単なる技術ではなく、心のひだの置くまで読み取る深い洞察力があるからこそ、できることです。

さて、その映画の中で、主人公タエ子が自分の小学校時代を回想するシーンの中に、分数のテストでひどい点をとってきて、それをオズオズと言い訳しながらお母さんに見せるところがありました。

そこは、分数の割り算のところでした。赤で×ばかり入っているテスト用紙。それを見てお母さんはため息をつきます。

「お姉さんに教えてもらいなさい」とお母さんから言われて、2階にいたお姉さんに教えてもらいに行くと、それを見たお姉さんは「たいへん！たいへん！」と大騒ぎ。お母さんはその姉に、タエ子の勉強を見てやるように言いつけます。こうして、タエ子と姉の、差し向かいでの「お勉強」が始まるのです。

今思い出しても、タエ子が、テストを見てびっくりしているお母さんを前にして、おずおずと言い訳しているところが、まるで自分の小さい頃のことを見ているようで、懐かしいようなほのぼのとした気持ちになります。

タエ子にとっては、そんな悠長な事ではなかったでしょう。テストを返してもらって学校から家に帰るまでに、小さな頭の中で、お母さんにどう言おうかと、思いをめぐらせたことでしょう。

さて、この出来事をタエ子の「分数事件」と呼んでみることにしましょう。

この「分数事件」には、とても大切な視点がいくつも含まれています。それを吟味してみたいと思います。

まず、お姉さんとのお勉強の様子を見てみましょう。

姉 「分母と分子をひっくり返してかければいいだけじゃない。学校でそう教わったでしょ？」

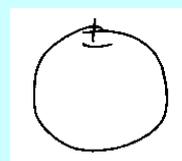
タエ子 「う、ん。」

姉 「じゃあー！ どうして間違ったの!？」

タエ子 「分数を分数で割るって、どういうこと？」

姉 「え？」

そこで、タエ子は紙をとってりんごの絵を書きます。

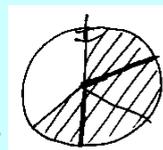


タエ子「 $\frac{2}{3}$ 個のりんごを



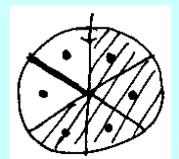
$\frac{1}{4}$ で割るっていうのは、

$\frac{2}{3}$ 個のりんごを4人で分けると1人何個かってことでしょ？」



姉 「うーん。」

タエ子「だから、1, 2, 3, 4, 5, 6で、1人 $\frac{1}{6}$ 個。」



姉はしばらく考えます。

でも、さっき自分が解説した答が $\frac{1}{6}$ ではないことを思い出して、

姉 「ちがう。ちがう。ちがう。ちがう！ それは掛け算。」

タエ子「えーっ？ どうして？ 掛けるのに、数が減るの？」

姉は説明しようとして少し考えます。けれども、すぐに理由は出てきません。

姉 「とにかく。りんごにこだわるから分かんないのよ。『掛け算はそのまま、割り算はひっくり返す』って覚えておけばいいのよ！」

その場はこれで終わったようです。

夜、テレビを見ながら、となりの部屋で、2人の姉と母親がタエ子が分数の割り算を分かってないことを小声で話しているのが聞こえてきます。それを聞いたタエ子。

タエ子「 $\frac{2}{3}$ 個のりんごを $\frac{1}{4}$ で割るってどういうことか、全然想像できないんだもの。」

※ ※ ※

では、大切な視点です。

視点1：

タエ子のように「なぜ？」ということ、その納得できる理由にこだわって、納得できなければ先に進めない子供がいることです。

一度つまずくと先へ進めないというのは、とてもしんどくて損をする傾向です。ウサギとカメのように、自分はどんどん置いていかれるカメのような気持ちを味わうことになるでしょう。

けれども、この姿勢（物事の意味を納得いくまで考えるという姿勢）こそが、実は数学的な探究心の芽生えなのです。タエ子がこのように「納得いく理由」にこだわったことは、とてもすばらしいことなのです。（相対性理論を発見したアインシュタインもそのような子供でした。）

ここは、タエ子が何とかしてうまく乗り越えていけるように、リードしてあげることが必要です。つまり、タエ子をリードしてあげる側の大人が、この出来事から呼びかけられている、と受け止めることです。

「あなたは親として、この算数の点数をどう受け止めますか？どう、支援してあげますか？」と。

では、どのようにリードしてあげればいいのでしょうか？

ひとつには、放任・無関心という態度を選ぶという選択があります。「まあ、いいじゃないの。そのうち分かるようになるさ。」けれども、われわれはこれを選ぶことはしません。タエ子を何とかスッキリさせてあげられるように、支援したいのです。

今なら、塾にやる、家庭教師をつけるという選択肢も十分あります。ただ、これには落とし穴がありますので、それを知った上で対策を立てるほうがいいでしょう。（コラム『親が陥る8つの落とし穴』をご覧ください。）

そこで、タエ子のお家ですぐにやったように、家族が関わって支援するという選択をして見ましょう。

では、タエ子のつまずいている、 $(\text{分数}) \div (\text{分数})$ について、どう支援してあげたらいいのでしょうか？

お姉さんがやったように

「意味なんて考えなくていいから、とにかくやり方を覚えなさい」

と、ムリヤリやり方を覚えさせて練習させるか？

それとも、タエ子とことん納得のいく説明をしてあげるか？

次の視点です。

視点2：

タエ子の「なぜ？」に対して、誰もタエ子が納得いく説明をできなかったという事実です。

これをどのように受け止めればいいのでしょうか？

姉は、そのとき、タエ子から疑問を突きつけられて、立ち往生。答えることができませんでした。

おそらく、学校の先生も授業で説明したはずですが、タエ子を納得させられなかったのです。

なぜでしょう？

なぜ、誰も、タエ子が納得いく説明をできなかったのでしょうか？

さらに、3つ目の視点です。

視点3：

タエ子が持って帰ってきた算数のテスト。お母さんが目を丸くするような「悪い」得点だった算数のテスト。

実は、この1枚のテスト用紙には、タエ子の切なる心の声が秘められています。

それは、タエ子自身、自分では意識していないかもしれません。

それを、はっきり意識して声にして、誰かにぶつけることができたなら、そして誰かが明確に答を返してくれたなら、きっとタエ子はずかえていた重たいものが取れたようなスッキリ感を味わえるでしょう。

もし、そういう瞬間が得られたなら、それが一つの「数学的発見」なのです。

タエ子は、このとき、スッキリ感を味わえなかったのですね。そして、「分数事件」は10年経ってからもはっきり思い出される出来事として、タエ子の心に刻印されたのです。

上に掲げた視点1と視点2の答が分かれば、われわれは、第2第3のタエ子をスッキリさせてあげることができるのでしょうか？

いいえ。もうひとつ、大切なものが重要です。それが、視点3です。

あの1枚のテスト用紙に秘められている、タエ子の切なる心の声はいったい何なのでしょう？

このあとは、専用コラムをご覧ください。

教え方 分数その4

『おもひでぼろぼろ』の、タエ子の「分数事件」に心を尽くして関わってみたいと思います。

姉 「分母と分子をひっくり返してかければいだけじゃない。学校でそう教わったでしょ？」

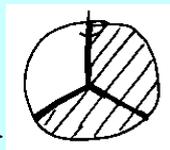
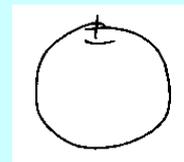
タエ子 「う、ん。」

姉 「じゃあー！ どうして間違っただの!？」

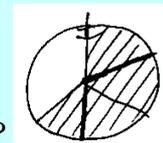
タエ子 「分数を分数で割るって、どういうこと？」

姉 「え？」

そこで、タエ子は紙をとってりんごの絵を書きます。



タエ子 「 $\frac{2}{3}$ 個のりんごを $\frac{1}{4}$ で割るっていうのは、



$\frac{2}{3}$ 個のりんごを4人で分けると1人何個かってことでしょ？」

※ ※ ※

あなた「すごいわねえ。タエ子ちゃんは、(分数) ÷ (分数) の意味から考えていたのねえ。エライわ。それで、学校では教えてもらわなかったの？」

タエ子「うん。」

あなた「じつはね、 $\frac{2}{3}$ 個のりんごを $\frac{1}{4}$ で割るっていうのは、

$\frac{2}{3}$ 個のりんごを 4 人で分けると 1 人何個か

ってことじゃないのよ。」

タエ子「えーっ? じゃあ、 $\frac{2}{3}$ 個のりんごを $\frac{1}{4}$ で割るってどういうこと?」

あなた「うん。それじゃあ、(分数) ÷ (分数) の意味をりんごで考えてみようね。

ただしね、 $\frac{2}{3}$ 個のりんごを $\frac{1}{4}$ で割るっていうのは、これは難しいのよ。

リンゴで考えて答を出すのは、大人だってすぐには分からないわ。

こういうとき、つまり難しすぎて意味が分からないときは、やさしいものに制限して考えるってことが大切なの。

そこで、 $\frac{2}{3}$ 個じゃなくて 1 個のリンゴにしてみようね。いいかな?」

タエ子「うん。わかった。1 個のリンゴを $\frac{1}{4}$ で割るって考えてみるのね。」

あなた「そうそう。そのとおり。さあ! $\frac{1}{4}$ で割るってことの意味は分かるかな?」

タエ子「ええっと。1 個のリンゴを $\frac{1}{4}$ で割るっていうのは、

1 個のりんごを 4 人で分けると 1 人何個かってこと…、かな?」

あなた「じゃ、ないのよ。そこで、もっと簡単な場合を考えてみようね。8 ÷ 2 はどうかしら?」

タエ子「4 よね。これなら簡単だわ。」

あなた「それを、リンゴではどう考える?」

タエ子「8個のリンゴを2人で分けると1人何個か…、でしょ？」

あなた「そうね。ところが、ここでは、別の考え方をするほうがいいのよ。この割り算の意味をリンゴで考えると、2通りの考え方ができるの。タエ子が言ってくれたのはそのうちの一つね。もう一つ別の考え方は、こうよ：

8個のリンゴを2個ずつお皿にのせていくとお皿は何枚必要か？」



タエ子「そうか。そういう考え方もできるんだ。」

※ ※ ※

まずは、タエ子の疑問をしっかりと受け止めてあげることです。
そして、姉との会話の中でタエ子が提出した「間違い」を、はっきりと指摘してあげることです。
その上で、正しく導いてあげることです。

上のところまで誘導してあげれば、「ああ、そうか！」と手を打って、 $1 \div \frac{1}{4}$ も、 $\frac{2}{3} \div \frac{1}{4}$ も、自分で正しい意味をつかめるかもしれません。

もちろん、そこから、 $\frac{2}{3} \div \frac{1}{4}$ の答を出すまでにはまだまだ遠い道のりがあるのですが、少なくとも、

「 $\frac{2}{3}$ 個のりんごをで $\frac{1}{4}$ 割るってどういうことか、全然想像できないんだもの。」

と言わなければならないような状況は脱することができるのです。

すると、これまでは何がなにやら分からなくてただ混沌としていた世界が、霧が晴れます。そして、頂上はまだまだ見えないけれども、前へ足を踏み出すことはできるようになるでしょう。

ただ、我々は、まだまだ手放しでタエ子を山頂に向かって送り出すわけには行きません。迷いの森に入り込まないように、導いてあげなければならないのです。

「リンゴによる意味づけ」は $1 \div \frac{1}{4}$ 、 $1 \div \frac{1}{2}$ などではめておくか、もう少し進めたとしても、せいぜい $2 \div \frac{2}{3}$ 程度までです。

それ以上は深入りせずにストップをかけて、そして、別の正しいルートへ誘導してあげることが必要です。

この分数の割り算のところは、このようにして、かなり先まで一緒に歩いてあげることが必要です。

実は、これは、学校の教師や塾の講師でも正しくはなかなか指導できません。指導法がその教師や講師個人に任されるなら、かなりの力量がなければ指導しきれないので

す。また、初めからやり方だけ教え込んで、その後の計算のスピードアップのみを習熟させるという指導法を採るならば、いかにそこが大手の実績ある塾や教室であったとしても、数学のリズムに触れさせるのは、畑違いの無理なことです。

さらに、数論を専門にする大学教授にも、たった2，3行で説明が終わるところをいったいどうやって小学生に理解できるように進めたらいいのかが分からないでしょう。

数学の追究と、小さな子供へのかかわりの両方の体験がなければむりです。

でも、ご安心ください。《スーパーらくらくプリント》を使えば、山頂に到る正しい道筋が分かります。さらに、《スーパーらくらくプリント》は、この「分数の割り算」だけで100枚強のプリントを使います。こうすることによって、子供たち誰もがらくらくとこの道を登っていくことができるようになります。

このコラムは、小学校6年生のすでに学校で分数の割り算を勉強し終えたタエ子を相手に、同伴しています。

けれども、《スーパーらくらくプリント》は、始めて分数の割り算を学ぶ小学2～3年生を対象にしてつくってあります。

そういう小さな児童にも、この道は登っていけるのです。

ただし、困難な内容のところであるだけに、子供がつまづくこともあります。そのつまずいた時こそが一回生起の大切な時であると受け止めて、目の前の子供に心を尽くして関わっていきましょう。

このあとは、専用コラムをご覧ください。

専用コラムでは、上のタエ子への同伴を続けてみます。

(《スーパーらくらくプリント》も、ほぼ同じ進み方をしていきますから、参考になるでしょう。)

分数の割り算の指導をいかにするべきか？

これは、教育者の方を直接の対象として書きます（ちょっと難しい用語が出てきます）。でも、どうぞ、お母様お父様方もお読みください。

長くなったので、起承転結の4部構成とし、各パートもI～IVの4部で構成するようにはしました。大きくは、起：「現状」、承：「問題点」、転：「解決と創造」、結：「総括（展望）」となります。

起

I. 小学校の先生は、指導要領の縛りがありますから、「小学校 2 年生で分数を」と聞かれても、「そんなことできるわけがない」とお思いになる方も多いでしょう。

実際、学校教育の中では、今現在は難しいと思います。

ですから、「家庭でやるしかない」と思って作ったのが、もともこの数学教育アカデミーであり《スーパーらくらくプリント》なのです。

II. 私 は中学生を教えてきた経験があります。その中で、指導要領が変わってから、いろいろなところで学力低下を感じる場面がありました。それまでは小学校での学習のおかげで難なく通過できたところが、スッと通過できなくなった、という具合にです。

おそらく、高校の先生も中学校に対してそれと同じことを感じているでしょう。

「ゆとり」の名のもとに学習内容と授業時数を削ったことの弊害の一つです。

中学校で数学の授業時数が削減されたというのは致命的に大きなダメージです。1 週間に 4 時間あった授業が 3 時間しかなくなった。行事で授業がなくなることもあるわけですから、そのような時は、ひどいときは 1 週間丸まる授業がないこともあると、私の友人は嘆いておりました。

授業時数が削られることが即そのようなダメージにつながる、ということは、学校関係者でなくとも理解できます。

小学校は学級担任が主な教科をすべて教えますから、中学校よりは授業時数に自由がきくのではないかと思います。それでも、大きな部分での弊害は同じでしょう。

そうすると、大きな疑問が起こります。

そのような厳しい制約の中で、果たして、どれだけの児童に、本当に学習内容を習得させることが可能だろうか？ということなのです。

それは、学校だけでできることでは当然なく、家庭での教育が大切なのですが、昨今家庭でも地域でも教育力が低下している中で、学校ではどれだけのことができ得るのでしょうか？

「学習内容」を「分数」に限って見ます。
果たして、どれだけの児童が、分数の基本を習得できているのでしょうか？

Ⅲ. さて、なぜ、私がここでこんなことを書くか？ その理由があります。

先週、近くの書店に行って、児童用の参考書、問題集をズーッと見ていきました。
大きな疑問が起こりました。

はっきり言って、どの本を見ても分かりにくかったのです。
そこには、1冊の本を出版するというさまざまな条件の中での制約があります。
けれども、それだけではない、指導法そのものの問題点があると思いました。

そのことについて、くわしく書くことが目標なのですが、先に話を端折って、結論を言います。

ちなみに、数学教育アカデミーは、算数・数学のリズムに触れさせてあげることが大切な柱の一つとします。したがって、幼児以上の子供に算数の学習をさせるのには、「理由はどうでもいいからやり方だけ覚えなさい」ということは決してしません。

分数の割り算に話をしぼります。
結論を言うと、

今の指導法は難しい

ということです。

今の指導法の全面否定ではありません。ある意味で優れているとは思いますが。分数の割り算の理由をきちんと教えるという、「解答」を示そうとしているのだから。

しかし。 むつかしい。

IV.そこで話ははじめに戻ります。あれで、児童みんなが生き生きと「分数がよくわかった！」となるのなら、ひとまず問題はありません。

しかし、中学生の昨今の現状を見ると、なかなか、そうはなっていないのではないかな？と思うのです。

小学校低学年で教え込むことが中途半端になって、先送りした分が中学年に持ち越され、そして、高学年になった頃には、ツケを支払わなければならない新たな「しんどさ」が加わるのではないかな？

そのような中では、分数が分からない児童を、そのまま落ちこぼしていくことが避けられなくなっていはしないかな？

承

では、具体的に問題点を挙げてみます。

しかし、長くなりますので、アウトラインだけになります。

I.現在どの教科書も、

例題1 $\frac{4}{5}$ ha の土地を $\frac{2}{3}$ 時間で耕せる耕運機で、1 時間に何 ha 耕せるか。

このようなタイプの問題で教えるようになっていきます。(板にペンキを塗るとか、花壇に水をやるとか、バリエーションはいろいろありますが。)

これは優れた問題ではありますが、一つの難しさをふくみます。
それは、「2文並列」の問題であるということです。
そして、この中にあるのは「比例」の構造です。

その2つの考え方にまず習熟しなければ、これが $\frac{4}{5} \div \frac{2}{3}$ になるということがまず理解できません。(ここでは、この割り算の意味は「等分除」です。)

じつは、「この問題が割り算になる」ということを「実感的に理解できない」ことが、この問題で指導することの最大の問題点なのです。

指導要領では、5年生の「小数の場合の計算の考え方を基にして」、6年生の分数の「除法の意味について理解」させる、となっています。

ですから、この問題が割り算になるということは、すでに5年で習得済みであるとして、6年生では軽く復習する程度で次の段階に進んでいく、そういう指導になってしまうことが多いようです。

けれども、5年生で、端数のある小数で割るということに「実感的理解」が得られているかといえば、それは指導要領や書店にある参考書等を見る限り、そのような指導は「できていない」といわざるを得ません。

6年生の指導では、多くの指導者は、これが割り算になるということは軽くサッと流して、次の段階に入っていきようです。

けれども、心ある指導者は、言葉の式から「当てはめ」で割り算の式を導いたり、かけ算の逆算であることから代数的に導いたりして、割り算になることの説明をきちんとしています。

しかし、そのように「配慮」して指導したとしても、それだけで済ませたのでは児童に確たる「実感的理解」をさせることはできません。

それは一つの「抽象化」なのです。そして、そこには、しっかりとした指導上の理論と青写真がいます。決して、こ簡単な導入で済ませるべきことではないのです。

「抽象化」については後で述べます。

Ⅱ.数学教育アカデミーでは「感情的に納得できる」ということが、とても大切であると考えます。それは、単なる理解ではなく、もっと深いところからおこってくる「ウン！納得できた」という感情なのです。これを先ほど「実感的理解」と呼んでみました。（数学教育アカデミーではこれを、《情知意サイクル》の《情》と呼びます。）

（分数）÷（分数）を等分除で考えることは、この指導の後半の部分に強みを持っているのですが、逆に、はじめの「感情的納得」がしにくいというところに、大きな難点をふくみます。

子供が「分からない」と言うとき、単にやり方が分からないのではなく、いったいそれがどういうことなのか納得がいかない、ということを行っていることが多いのです。

指導する教師は、そここのところを把握しておかなければ、ただ単に「自己満足」のためにこの授業をやるということになってしまいます。

Ⅲ.この問題（や同種類の問題）の、答を見つける考え方は、いろいろあります。

ただし、どのやり方をやるにしても、いったん出題してそれを「考えよう」とやった以上、「実感的理解」が伴うようにしてあげなければなりません。

まず、面積図を描いて考えるというやり方ですが、これも一つの「抽象」ですから実体と結びついているという「情的な納得感」を児童が持てるようにしましょう。

上の出題であれば、横4本線で分けられた長方形の土地の下2区間分の土地を、左から右に向かって耕運機がダーーーッと耕していつているというイメージが見えるように。

もし、板にペンキを塗るという形で出題するのであれば、板のみならず、ペンキを入れた缶も横において置くように。…などなど。

これらを、くわしく図を入れて解説すれば分かりやすくなるでしょうが、そうすることがここの目的ではないので割愛します。（必要なら別のコラムでやります。）

次に、線分図でやる場合は、それが、面積図以上に抽象化されたものであることを認識しておかなければなりません。

抽象化するという事は、それだけより強力な思考法を手に入れるということです。(この線分図はかなり強力な思考法ですから、是非どこかで児童には習得させてあげたいと思いますが。)

ですから、それを否定する気は毛頭ないのですが、ところが、今は、ここに警鐘を鳴らすのです。

教える側が、児童も分かっているつもりになって、あまりにも簡単にその「抽象化」を進めてしまうと、そこで児童の「実感的理解」と乖離してしまうことになるからです。

さて、さらに、式変形で解決するやり方で行く場合、
(式変形で解決するやり方は、最も強力だけれども、最も抽象化は進んでいます。すなわち、最も、「実感的理解」はしにくいものです。)

「被除数」と「除数」の両方に同じ数を掛けても「商」は等しい
あるいは、

「被除数」と「除数」の両方を同じ数で割っても「商」は等しい
ことを使います。

その上で、いろいろなアイデアを出すことができます：

(ア)「除数」を1にする。(イ)「被除数」と「除数」を整数にする

(ウ)「除数」を整数にする

また、(イ)と同じことにはなるのですが、「被除数」と「除数」を通分する。

他にも、逆数同士を掛け合わせると1になることを利用して式変形で答を求めることができます。

などなど…。

以上のように、この例題1のタイプの出題は、後半がとても面白いでしょう。さまざまな考えが出せるという点において。

IV.けれども、もう一度言うと、この問題の難点は、

「実感的理解」が行きにくい点がたくさんある
ということです。

「実感的理解」ができた上で、Ⅲで述べた「後半」の部分に進むのならば、大変面白いでしょう。指導者にとっても、児童にとっても。

しかし、初めて分数の割り算を学習する児童に出すには、「実感的理解」ができるまで乗り越えるべきことが多すぎるのです。

この「分数の割り算」の学習に入るまでに、すでに息絶え絶えになっている児童がいたとしたら（たとえば小数の学習ですでに「落ちこぼされて」仕舞っていたとしたら）、その児童は、この例題が提示された時点で振り落とされてしまうことになりはしないでしょうか？

したがって、指導する側にある者は、指導する側の感覚、論理だけで進めてはいけません。必ず、クラスの中の「この学習がしんどいかな」と思う児童に自分になってみて、そして、分数の指導計画全体をその児童の目を持って歩いてみる必要があります。

そして、もうひとつ大切な事を述べますと、先ほど何度も言った「抽象化」は、小学校の段階で避けて通ることはできないということです。

いろんなレベルの「抽象化」を児童は経験していくわけですが、分数や小数の割り算のところで、「代数的処理による抽象化」の壁が現れてくるのです（数学の文字式や方程式へのさきがけです）。

このことを、指導者はしっかりと意識しておく必要があります。

現行の指導要領では、5年生の「小数の割り算」のところで、これを超えなければならぬようです。

それを基にして、6年生の分数の割り算をやるように書かれてはいます。

どこで、「抽象化」の飛躍をさせるのか？ これを、指導者はしっかりと把握した上で、そのことに対する手立てが十分になされた指導をしなければなりません。

何度も言います。

小学校でなぜ分数の割り算の指導が難しいのかといえば、「分数や小数など端数のある数で割る」ということの実感的理解をさせにくいということにあるのです。

それは、まさにこれから「代数的処理による抽象化」の飛躍をしようとするそのときに、飛躍のための踏みしめが不十分になって倒れてしまうようなものでしょう。

これには、きちんとした指導理論が必要です。

転

I.まとめますと。

今の指導要領の配列では、この「代数的処理による抽象化」を小学校高学年でやるようになっていきます。それまでに、身につけるべき「装備」が多すぎて、すでにこの時点で「装備不十分」な児童ができてしまっていることが危惧されます。

そしてまた、教科書会社の採用している例題1タイプの問題による指導法を見てみると、これではさらに「重たく」なりすぎて、「代数的処理による抽象化」の翼はうまく羽ばたけないだろうな、という気がします。

実感的な理解がすぐに難なくできること。そして、力強く羽ばたくこと。
そのためには、できるだけ重荷を下ろして軽くしたほうがいいのです。

重荷を下ろす。

それは、

小学校3年生までの知識のみで、分数を全部やり上げてしまう

ということです。

分数で割る割り算もしかりです。

Ⅱ. 数学教育アカデミーの独自カリキュラムを、少しだけ紹介しましょう。

分数に入るための予備知識としては、

- 四則計算の基本ができること
- リットルやc mの単位を理解していること
- 大小関係を不等号を使って表せること

これだけです。小数も割合もまったく必要ありません。また、最大公約数や最小公倍数の学習も必要ありません。

実感的理解には、りんごを使います。それも、包含除です。ただし、それで、分数による割り算のすべての場合をやるものではありません。

ここに、指導法における大切な理論があります。《ステージ・リミテーション》といいます。(詳細は『秘法 スーパーらくらくスタディ 直伝編』参照)。

ここから、一気に、「代数的処理による抽象化」へと羽ばたきます。

それは、(被除数) ÷ (除数) = (商) の定義を (除数) × (商) = (被除数) とすることから始まります。

それだけです。

こうして、定義から2つの定理「任意の分数の逆数は存在する」と「割り算は割る数を逆数に変えて掛ければよい」を導き出すのです。数学的証明の部分は、文字を使った証明でこそないけれども、その手法は、純粹に数学的なものです。

あとは、定理を使う練習ということになります。

もちろん、ここまでの理論だけでは、まだ指導法としては不十分なのであって、このあと、さらに小学2年生にらくらくと理解していける「ユーザーインターフェース」が必要なことは言うまでもありません。

確かに、初めて「代数的処理による抽象化」へと羽ばたくこの数学的証明の部分は、いかに《スーパーらくらくプリント》による高度なユーザーインターフェースを使うとはいえ、小鳥が生まれて初めて羽ばたき巣立ちをするときのような、緊張感を伴います。

それでも、はじめはぎこちなくても、少なくともこうしてこの道を歩むことで、子供は一つの「体験」をするのです。

Ⅲ.さて、小学校3年生で「代数的処理による抽象化」を体験し終えた児童は、どうなるのでしょうか？

こうなります。

もはや、小学校で学習することの中の、本質的最大の難関は乗り越えたわけです。

2つの流れが生まれます。

1つは、この、「代数的処理による抽象化」をさらに進めていって、数学の世界を探索していくという流れです。

方程式をマスターすることも容易になります。(もちろん、新しく乗り越える新たな抽象化の壁…とりあえずは文字式の導入、はありますが。)

もうひとつは、算数の世界の探索を改めて楽しみながら深めるという流れです。

それは、この分数という山頂を極めた後に、そこから見えるお花畑へ遊びに行くようなものでしょう。

すなわち、分数による割り算を、リングによる包含除だけでもう一度考えてみる、とか、リングによる等分除ではいったいどう考えたらいいんだろうかとか、です。

あるいは、割合の勉強も、それと同じような分数の延長と考えて、遊びに行くことができるのです。

そうして、遊びながらさらに思考や知識の枠を広げていきます。

「難しい」とよく言われているところの勉強が楽しくなります。

これは、最高の学習です。

ちなみに、数学教育アカデミーでは、リンゴによる分数の割り算のすべての解答も用意しています。

リンゴによる包含除を完結させるためには、《スーパーらくらくディッシュ》という特殊な道具を使います。また、リンゴによる等分除を完結させるためには、《スーパーらくらくサイボーグ》という特殊開発サイボーグに登場してもらいます。

(これは、いずれ専用コラムで紹介する予定です。これらは《スーパーらくらくプリント》では触れません。)

IV. このコラム最初に掲げた例題のような問題は、数学教育アカデミーでは、直接扱いません。(その点も、教科書にあわせている学習塾や通信教育などとは、まったく違います。)

「学習内容すべてを扱わない」ということも、指導法においては大切なことなのです。

すべてを教えてしまうことが必要ではないのです。

子供が自分で学んでいく、その材料もきちんと残しておくこと。

自分で学ぶ力を育むためには、とても大切なことです。

小学3年生までに《スーパーらくらくプリント》で分数をやり終えた子供にとっても、上記の例題1のような問題が授業で提示されると、それは未知の問題として目を輝かせることになるでしょう。そして、みんなと一緒に、考えることを十二分に楽しむことができるでしょう。

つまり、授業よりも先に学習して「自分は人よりも知っている」というような「天狗」になることもないし、できない友達を馬鹿にするというようなこともありません。

結

最後に、総括してみます。

I. 指導要領の縛りを受ける学校の中では難しいことではありますが、学校の授業というものから離れれば、今述べた指導法は十分に可能です。

小学2年生で約分もやろうと思ったら、学校で学ぶよりも先に割り算までやっておく必要があるので、家庭における早期の教育が必要になります。

しかし、学校で割り算も学習した後、《スーパーらくらくプリント》を使つての分数の学習に入るとすれば、学習可能な層はかなり広がります。

II. では、学校においてこの指導法は、現在どのように役立てることができるでしょうか？

ズバリ、個別指導です。それも、学習が遅れている児童にです。小学校4年生でも、5年生でもOKです。

必要とされる予備知識が少なくてもその学習に入れるということは、どのようなメリットがあるのでしょうか？

いろいろありますが、次のメリットを見てください。それは、たとえば、

たとえ小数がまったくできなくても分数の学習ができるということ。

どうでしょうか？つまり、他の単元で何らかの理由で授業についていけなくなっていたとしても、それはまったく関係なく、分数の学習のスタートラインに立てるということです。

そしてもう一つは、

一気に分数の学習の頂まで上れるので、学習の遅れを取り戻せるということ。

逆転追い越し現象も起こり得ます。去年までクラスで「学習遅滞」とされていた児童が、今年は一気に「できる」児童になっている、というようなことです。

学習内容が「精選」されているので、このような「ワープ」が、らくらく可能になるのです。

Ⅲ. さて、教育に関わるすべての方々（お母様お父様も）。

ここまでお目を通してくださいますて、ありがとうございました。本当に長い道中をどうもありがとうございました。よくお読みくださいました。

以上のことからお分かりになっていただけましたでしょうか？

「小学校 2 年生から分数の学習を始めて、1 年間で終えることができる道がある」

ということは、

「算数・数学を探索することを楽しむことができ、人間性が豊かになる」

のみならず、

「もしも現在子供が、分数の学習で苦勞している、もしくはつまづいてしまっている、というようなことがあったとしても、それを、取り戻し逆転させることができる」

ということなのです。

しかも、らくらくと。

Ⅳ. この道は、「小学校 3 年生で方程式まで理解して解けるようになる道」であると同時に、「最も学習についていけなくて苦しんでいる子供が救われる道」でもあります。

そして、「自分で学ぶ力を育む道」であり、さらに、「本当に豊かな人間性を育むことを目指す道」でもあるのです。

私たち、教育に関わるすべての者の願いは、次の一点に尽きるのではないのでしょうか：

すべての子供の苦しみが取り除かれ、そして笑い声が漏れ笑顔があふれること。

徒然 書店探訪草 (1)

I. 幼児用参考書 足し算 探訪

先日、本屋の児童書コーナーの参考書のところをずーっと見てみました。そして、改めて、愕然としました。

もう10年以上前のことを思い出しました。わが子に教えるのに、いい本はないかと探し回っていた頃のことを。

言葉や数をはじめて教えるところあたりまでは、結構いいのが出ているのです。公文や学研のがいい。ところが、足し算になると「これは使えない」のです。私の基準に合格するものが、あの頃はありませんでした。

さて、今はどうなっているだろうか？

公文のは、いきなり数式で徹底的に数をこなすようになっていきます。それではダメなのです。確かに、+1（足す1）から始まって、その問題数の多さは言うことなし。でも、その前にやるべき、大切なことがあるのに、素通りしてしまっている。

フラッシュカードは公文のが絵がきれいで、大きさも手ごろなので、あの頃いっぱい買って使ったのですが、足し算になってから「ダメだ」ということで離れたのでした。その頃と、まったく変わっていません。

それよりよかったのは、学研の多湖輝さん監修のやつです。こちらは、かなりいい線行っています。ただ惜しいかな、バリエーションエクササイズの或る段階で、それを素通りしてしまっている。

10年前、探し回った挙句「私の基準に合格するものはない」と失望し、またその頃「さんすうおじさん」([コラム 05](#)) と出会ったこともあって、私はついに自分でプリントを作ることに踏み切ったのでした。それを思い出しました。

本屋さんには並んでいる幼児用のものは、今もあの10年前と同じです。

Ⅱ. 児童用参考書 分数の割り算 探訪

さて、児童書コーナーで、私の足は、小学生の参考書、問題集のコーナーに向かいます。

楽しみもありました。

年々続々と本が出版されているので、今度はいいものに出会えるかも知れない。こんな期待が少～しありました。

しかし。 残念ながらその期待は打ち砕かれました。 …… ない …。

具体的に書きましょう。

小学校6年生の分数の割り算のところを中心に見ていきました。

結論は、惨憺たる結果です。

7割の本はボツ。

基準は、おもひでぼろぼろのタエ子がそれを使ってがんばって勉強して「分かった」と言えるようになるか？

つまり、私はタエ子になって、次々と本を手にとって見ていきます。

7割の本は、「分数の割り算は分母と分子を入れ替えてかけるんだよ」ということを「分かりやすく」解説しているだけだったからです。

(つまり、なぜそうするのかという理由には一切触れていません。)

これでは、私(タエ子)がそれをつかってどんなにがんばったとしても、「分かった」といえるようにはなれない！

悲しいことです。

けれども、ここで、この稿のテーマの答が一つ浮かび上がってきます。

「なぜ算数・数学が分かるようになれないことなのか？」

解答その1 少なくとも、「教える」という立場にある者が、子供がほんとうに分かるようになるものを作っていないから。

では、私が本屋で見た残り 3 割の本はどうだったのか？
これらは、分数の割り算の理由の説明がきちんとされています。

けれども、…。

これらも、やっぱりボツでした。

なぜでしょう？

ズバリ言って、分かりにくいからです。
とにかく難しいのです。
あれでは、参考書だけで分かる子供は 1 割もいないでしょう。

分からない最大の原因

私（タエ子）が難しいと感じたのは、分数の割り算の最初に出てくる例題です。たとえば：

例題 1 $\frac{2}{5}$ ha の土地を $\frac{3}{4}$ 時間で耕せる耕運機で、1 時間に何 ha 耕せるか。

この例題で分数の割り算を導入しています。

これは、確かによく工夫されたものには違いありません。

しかし、どうでしょうか？

裸の王様にならずに、これがほんとうに「分かりやすい」かどうか、考えてみてください。

難しい。

これがはじめて学習する子供相手の参考書で、分数の割り算の最初に出てくるのです。自分が始めてこれを学習する子供だったとすると、どうですか？ これを見て、はじめに何かピタッとくるものはありますか？

ではなぜ私（タエ子）が「むつかしい」と感じたのか、具体的に振り返って見ます。

むつかしい点その1 「 $\frac{2}{5}$ ha の土地…」が、まず実感できない。

まず、身の回りの具体的なもので自然に「ああ、あれか」と感情に入ってくる例がほしいのです。でも、いきなり ha ではそこから実生活とはかけ離れています。

もちろん、何でも「すぐに分かる」ということはありませんから、分かるための努力は必要です。先生が長方形の図を描いて「1 ha よ。」と説明してくれれば、ha はピントこなくても、これでなんとなくは分かるでしょう。さらに横に線を4本引いて5つに分けて、下から2つ分に斜線を引いて「これが $\frac{2}{5}$ ha よ。」これも OK でしょう。

その次です。「 $\frac{3}{4}$ 時間で耕せる耕運機」…？ ピンと来ないでしょう。

まず、その体験がない。こんな贅沢な体験ができるのはほんの一握りの子供だけでしょう。

ともかくこれも、何とか時間をかけて納得できたとします。

ところが、…。

むつかしい点その2 「 $\frac{2}{5}$ ha の土地を $\frac{3}{4}$ 時間で耕せる耕運機で、1 時間に何 ha 耕せるか。」
これが $\frac{2}{5} \div \frac{3}{4}$ になるということの **実感的理解** ができない。

では、タエ子になった私が、先生に訊いて見ましょう。

私（タエ子）と先生の会話：

「えっ? どうして? どうして割り算になるの?」

「5年生のとき、小数の割り算でやったでしょ?」

「うーん。そうだったかなあ。」

「じゃあ、もう一回説明するわよ。(全体量)を(時間)で割ったら(単位時間あたりの量)が求まるのよ。」

「そうだっけ?」

「たとえば、ある耕運機で8haの土地を2時間で耕せたの。1時間では何ha耕したことになるのかな?」

「 $8 \div 2$ で4haね」

「それと同じことよ。 $\frac{2}{5}$ (ha) \div $\frac{3}{4}$ (時間)とできるでしょ。」

「うーん。でも、分数で割ってるのよ。それでいいの? 一体、**分数で割るってどういうことなの?** $\frac{3}{4}$ 時間でわって、どうして1時間あたりがでるの?」

タエ子は、「そうか」と適当に妥協することをしません。

本当に自分が納得したいのです。言葉に式に当てはめるだけでは、感情的な納得はやってこないのです。

親切な先生は、もう少し粘ってくれるでしょう：

「じゃ、別の考え方をしてみようか? 1時間に□ha耕せるとしてごらん。 $\frac{3}{4}$ 時間だと□(ha) \times $\frac{3}{4}$ でしょ? これが $\frac{2}{5}$ なのよ。だから、 $\square \times \frac{3}{4} = \frac{2}{5}$ 。」

「うん。そこまでは、納得できる。」

「じゃあ、あと一息じゃない。□に $\frac{3}{4}$ をかけて $\frac{2}{5}$ になるってことは、掛け算の逆で

$\frac{2}{5}$ を $\frac{3}{4}$ で割ることになるでしょ?」

「それは分かるんだけど…。でも、 $\frac{2}{5}$ を $\frac{3}{4}$ で割るってどういうこと?」

普通の子供なら、雲行きを考えて、このあたりで「分かった顔をしなければならないかな?」と判断するかもしれません。

私（タエ子）がなぜ「スッキリ」しないのか、そこを分かってもらえなければ、どうしても歯車はかみ合いません。

実は、先生がこのタイプの問題で進めていこうとする限り、私（タエ子）は「スッキリ」することはできないのです。

土地の問題で解説しましたが、次のように問題を変えても同じことです。

例題 2 $\frac{3}{4} \text{ m}^2$ の板を $\frac{2}{5} \ell$ のペンキで塗ることができるとき、

1 m^2 塗るには何 ℓ のペンキが必要か。

あるいは

例題 3 $\frac{2}{5} \text{ m}^2$ の板を $\frac{3}{4} \ell$ のペンキで塗ることができるとき、

1ℓ のペンキでは何 m^2 塗ることができるか。

以上は、このタイプの問題が持つ「致命的欠陥」であるといわざるを得ません。（もちろん、初めて分数の割り算を学習する児童に出題するとき、ということです。）

分からなくなる他の原因

他にも問題点があります。これは、完全に、「出版する側」の問題です。

たった、1ページで、上の問題の解説まで終わらせてしまっていること。

まったくの初心者、しかも義務教育初期の初心者が取り組むべきものとしては、もっとももっと、分かりやすくすべきです。そのためには、説明を懇切丁寧にすることが第一歩です。当然それに必要な紙数が確保されなければなりません。

上記の例題をほんとうに子供に分かせようとするなら、学習者にとってわかりやすいおろし方を工夫しなければなりません。

結

先日本屋を見てみて、私は、あまりにもさびしくなりました。

できうるならば、私が見て、「おおーッ！ これだ！ これなら3万円出しても5万円出しても惜しくない！」と飛びついて買うような、そんな教材が流通に乗って本屋に並ぶようにならないものか、と思います。

そういうものがあれば、たとえ学校はどんなに荒れて学びの場ではなくなったとしても、あるいは何らかの事情で学校に行けなくなったとしても、「学びのチャンス」が得

られるのです。それこそ、すべての子に平等に与えられるチャンスということになるのです。

それができない現時点では、自分でパソコン作り、自分で印刷して使うのがベストなのでしょう。

ただし、その前に、もう少し他の書店を探訪してみましょ。う。
「これはよく分かる」という本に出会うかも知れませんから。

徒然 書店探訪草 (2)

今回私に許された時間は、3時間半でした。その時間の中での、探訪記です。

2月25日の土曜日です。

東京、神保町の三省堂書店。すぐ西のロッセリアで朝食を食べながら開店時刻を待ち、10時になると同時に入って5階（？ 6階だったかも）に直行。児童参考書のところへ行きました。

I. 幼児用参考書 足し算 探訪

あるコーナーの書棚にズラーッと「お受験対策本」が並んでいるのにはビックリしました。2, 3冊手にとって見てみましたが、ハァ〜とため息。ある意味、不幸せ

ですね。大切な幼少期にこんなもので小手先技術のために時間をとらなければいけないなんて…。

さて、その反対側は、ずらーっと幼児用の学習帳です。地方の本屋にもあった、公文や学研のものがあるとなりに、七田式からも同種類のもので出ていました。

これらは、少なくとも足し算に入る前までは、どこのものもよくできていてとてもいいのです。ところが足し算に入ると、私の基準では合格しません。

七田式のは今回初めて見ましたが、これもやっぱりダメでした。

やっぱり一番よかったのは、多湖輝さん監修の学研のものです。これは、あと10枚か20枚差し込めば文句なくいいものになります。

それにしても、この一角をずらーっと見て、また「ハァ～」とため息が出ました。

「ない!」

これだけ色々と出版されているのに、私が「よし!」と言えるものがないのです。

心ある親は、子供が3歳になる頃このコーナーを探すでしょう。足し算に入るまでは、問題ありません。でも、足し算に入ると、「パンを求める者に石を与え」ることになるんだなあ、そう思っただけのため息でした。決して親が食べ物にされているとは言いません。でも、もう少し、何とかならないものか。

そう思ったのでした。

(このあたりのことについては、コラムを改めてまた書きます。)

さて、しかし1冊の本を、私は見つけました。

「よっしゃ。これはいい!」という本を。

ズバリ、書名を紹介します。

『2才児のさんすう』

(伊藤恭著、京都・法政出版) 1800円



です。本当の力をつけるために、大切な事が書かれています。たくさんの具体的な方法も紹介されています。

是非購入されるといいでしょう。

そもそも、数を教えるとはどういうことなのか、その最も本質的なところを、きちんと明かしてくれています。その原理・原則から、具体的な「遊び」というシステムに到るまで、綿密な構成になっています。

私は、今回始めて知ったのであって、著者の方とは一面識もありません。しかし、『秘法 スーパーらくらくスタディ 直伝編』をお読みいただければ、根本的に同じことを言っているのがお分かりになると思います。

これはいったいどういうことなのでしょう。

たぶん、著者の伊藤さんは、グレン・ドーマン博士の著書なども研究されているのだらうと思います。

このような静謐な地下水のような流れが、脈々とあるのです。

Ⅱ. 児童用参考書 分数の割り算 探訪

さて、次は、小学校の参考書のコーナーです。今回見るのも、6年生の割り算のところでは、

まず、教科書ガイドを全社分見ました。

そこでひとつ大きな疑問が生じました。

全社が、同じなのです。[コラム 08](#) で揚げたのと同じタイプの例題なのです。これは、とてもよくできた問題だけれども、「致命的な欠陥」を持っているようだと言いました。

「う〜ん」と考えます。指導要領では、取り扱う問題の種類までは決められていません。10社近く教科書会社があるんだから、分数の割り算の導入の問題は、もっと多様なアプローチがあってもいいのに、と思うわけです。

コラム 09 では、くわしく解説している参考書がなかったということを書きました。しかし、さすが大きな本屋には、ありました。2冊紹介します。

『あそびの王国 さんすうはかせ 6年生』

(相原昭著、草土社、1165 円+税)



これが、教師用の本としてではなく、6年生の児童向けの本であることがうれしいです。ていねいで、分かりやすい解説。特に前半の説明の分かりやすさは天下一品です。

こういう本がもっとたくさん出るようになって欲しいものです。これは、まさに初めて学習する児童の側に立って、かゆいところにまさに手が届く説明をしてくれています。

(ただ、後半の説明は、 $\frac{1}{3 \times 5} \times 8 \times 2$ よりは、細分せずに $\frac{8}{3} \times \frac{1}{5} \times 2$ を採用した方がわかりやすいでしょう。)

さらに、一つの問題だけから結論を出すのではなく、いくつか数をこなして帰納的に納得させようとしてくれているところ。こういうところで、子供は「算数・数学の勉強のしかた」というものを学ぶのです。分数の割り算に要しているページは丸々4ページです。

もう1冊は、

『こどもといっしょに たのしく さんすう (小学4～6年)』
(渡辺恵津子著、一声社、1500円+税)です。



これは、対象は大人です。でも、本当に子供によりそって、子供の視点から見ているのが伝わってきます。分数のかけ算と割り算については、巻末の「お母さんの悩みに答えます Q&Aコーナー」に3ページかけてくわしく書いてくれています。

この本を読んで、私は、自分の小学校4年生のときのことを思い出しました。佐藤先生という女の先生でした。面積や体積の授業の目が覚めるように楽しかったこと。「面積とはなんぞや？」ということを知ったものでした。それに対して、ああだこうだと議論し、途中でそれまでの自分の考えが揺らいでまた考え直し、最後に、「ああ。そうか」とたどり着いた面積の定義。あの授業を思い出しました。これこそ、一斉授業の醍醐味です。プリント学習ではできないものです。

「 $2 \div 3$ 」の授業の深まりも、読んでいて、その授業が目に見えるようでした。

もし、おもひでぼろぼろのタエ子がこんな授業を受けていたならば、分数の割り算も、小学校で「納得がいていたかも」知れません。

さて、けれども、やはり問題点は解決されません。

上記2冊、どちらも、分数の割り算には、全教科書会社が採用しているあのタイプの問題を使っています。

そして、特に前者の本は、本当にていねいにページをとって、くわしく解説してくれています。

その解説の分かりやすさは合格ラインです。

それなのに。

それなのに、なぜこの問題が割り算になるのか、くわしい説明があっても、それでもやっぱり分数で割るということが**実感的に分からない**のです。

『あそびの王国 さんすうはかせ 6年生』では、なんと1ページかけて分かりやすく説明してくれているのですが、

はかせ「これはわり算することになるね。 $2\frac{2}{3} \ell \div 2\frac{1}{2} \text{m}^2$ という式になる」

というところを読んだとき、わり算になるということは何となく理解できても、 $\div 2\frac{1}{2} \text{m}^2$ で 1m^2 あたりの ℓ 量になることが、「**実感的に**」納得できないのです。

ちなみに、渡辺さんの本は、別の可能性を見せてくれます。たとえその問題を持ってきたことに何らかの「欠陥」があったとしても、一斉授業で深まれば乗り越えていけるその可能性を見せてくれています。

逆に「どうして割り算になるの？」と一斉授業で深めていく可能性、ということです。

だから、一つ欠陥があるからダメ、ということではないわけです。

しかし、これは、教師の力量によるところが大きいです。また昨今の学校は、どんどん危機的になっていっています。いつどこで学級崩壊が起こるかはわかりません。そこまでいかななくても、指導力のある教師が、過去にいい授業ができたからといって、今年も同じように授業を深められるとは限らないのです。けれども、児童にとっては、6年生は1回だけです。もし、そのクラスが崩壊している、あるいはそれに近い状態だったとしたら、どうなるでしょう？

こう考えると、一斉授業のいい面だけに頼っていたのではいけないということは、分かるでしょう。

そこで、「独習してもちゃんと分かってできるようになる道」というものが用意されていなければなりません。

それがあれば、何らかの理由で学校に来られなくても、家庭で勉強して「分数の割り算が分かる、できる」ようになることができます。

そのためには、独習してもちゃんと分かってできるようになるような、本当に「わかりやすい」教材が必要になるのです。

ところで、ここでは、「なぜ分数の割り算は、割る数の分母と分子を入れ替えて掛ければいいのか」その理由を不問にしているような教材は、算数のよい教材とは考えていません。そんなものは問題外であることをはっきりとさせておきましょう。

その意味で文部科学省の指導要領は大変立派です。理由をいい加減にしたまま、やり方だけ覚えればいい、としているようなところはありません。(もちろん小学生という発達段階でどうしようもないものは、理由が分からなくてもしかたありませんが。)

数学教育アカデミーの追究する路線も同じです。

ただやり方だけを覚えて計算ができるようになることを、4歳でできた、3歳でできた、2歳でできたなどと自慢する大手教室もあるようですが、そんなのは論外です。

さて、ここまで周辺の事情をはっきりとさせた上で、はじめにもどります。

教科書会社が現在採用している分数の割り算の説明用問題は、「わかりにくい」のです。どんなに、わかりやすく説明をしようとも、です。

いったい、わかりやすく説明をしてもなお「わかりにくい」とはどういうことなのか？

その原因は何なのか？

では、どうしたらいいのか？

この解明が、本当に、どの子供もらくらくと分数を分かる道の創造につながるでしょう。

※ ※ ※

それでは、その解決と創造のためにはどうしたらいいのでしょうか？

ほんのわらしべほどの手がかりでも、見つければ、それを基にして吟味の幅を広げることができるでしょう。

探訪を続けることもそのための一つの方法です。

その後、私は、一つ手がかりを拾いました。

『旺文社 小学 算数事典』

(監修 中村享司、旺文社、2500円)



この本の分数の割り算の説明を読んだとき、私は**大変分かりやすかったのです。スツと入ってくる感じ**でした。

この本では、図は一切使われていません。割り算の計算問題が4問提示されており、そのそれぞれに順次解説がなされています。

314ページ。

3. 分数でわる計算

637番 真分数の割り算 つぎの計算をなさい。

$$(1) \frac{8}{9} \div \frac{2}{9} \quad (2) \frac{3}{8} \div \frac{7}{8} \quad (3) \frac{3}{5} \div \frac{2}{7} \quad (4) \frac{2}{3} \div \frac{3}{10}$$

(1) 同分母の2数の割り算です。割られる数の方が大きいタイプ。

(2) 同分母の2数の割り算です。割る数の方が大きいタイプ。

(3)と(4)は異分母の2数の割り算です。どちらも同じなので(4)は練習です。

初めて学習する子供に対しては、図を入れるなどして膨らませるともっと分かりやすくなるでしょう。

現行教科書が採用している上記例題のような問題による割り算の導入は、どんなにくわしい解説をつけても、最終的にピンと来ないものが残るのに対して、こちら『旺文社 小学 算数事典』の方は、簡単な解説であるにも関わらず、「なるほど。分かった。」という感じがします。

どうしても「実感的に」わからなかった、教科書会社が現在採用している例題と何が違うのでしょうか？

この違いはいったい何なのでしょう？

もう少し、『旺文社 小学 算数事典』を見てみましょう。
問題のすぐ後に、「とき方」とあって、こう書かれています。

分数を分数でわる計算のしかたを見つけるために、まず、わり算を「ある数の中にある数がいくつ分ふくまれているかを知るための計算」として考えて見ます。

そして説明が続いていくのですが、ここなのです。この最初のところが、

感情的にスッと入ってくる

のです。だから後の解説も、感情的に「分かる」のです。つまり、納得がいくのです。

私たちは、「割り算」をはじめて学習したときに、そのイメージ的な意味づけとして、「8個のリンゴを2個ずつお皿にのせていくと、何皿できるか？」ということ学びました。そして、「8個のリンゴから2個ずつとっていくと、4皿できる。そうか、これが、 $8 \div 2$ なんだな、」と納得したものです。（これが、「実感的理解」です。）

これは、「包含除」といわれるものです。

それに対して、現行教科書が採用している上記例題のような問題は「等分除」といわれるものです。

指導要領解説（これは120円+税）でもこう書かれています：

指導要領で、6年A(3)分数の乗法、除法のところで、

A(3)イ 乗数や除数が整数や小数の場合の計算の考え方を基にして、乗数や除数が分数である場合の乗法及び除法の意味について理解すること。

となっています。つまり、分数で割る場合は、小数で割る場合をもとにしないで、と。

そして、その小数で割る場合については、指導要領解説の5年A(3)小数の乗法、除法の解説cのところを抜粋して見ましょう。

(ア)割合を求める場合 Bを「基準に対する大きさ」、Pを「割合」、Aを「割合に当たる大きさ」とするとき、 $B \times P = A$ という関係がある。これから、Pを求める式は、 $P = A \div B$ となる。

(イ)基準に対する大きさを求める場合 上と同じように、(中略) $B = A \div P$ となる。

そして、

(ア)の例として、

「9リットルの水を1.8リットル入るびんに分けると、びんは何本あればよいか。」

をあげています（包含除）。これはスッと感情に入ってきます。分かりやすいです。

(イ) の例としては、

「2.5メートルで200円の布は、1メートルではいくらになるか」

をあげています（等分除）。教科書がそろって採択しているのはこちらの方です。

さらに、こう解説を加えてくれています。

「(イ) の場合よりも (ア) の場合の方が理解しやすい。つまり、除数が小数の場合には、基準にする大きさを求めるという見方にやや難しさがある。」

まさにそのとおりなのです。

(イ) の場合よりも (ア) の場合の方が理解しやすい。

すなわち、

等分除よりも、包含除の方が理解しやすい。

そして解説はさらに、

「このことについては、公式や言葉の式だけでなく、数直線や図などを用いたり、具体的な場面に当てはめて調べたりする活動を行うことが大切である。」

と続いています。

実は、ここが不明確なのです。

最も大切なこの部分が不明確なため、指導者は、「勘違い」をしているようなのです。

その結果、あえて児童が理解しにくい (イ) の方を採択して、「十分説明して分からせつつもり」になっているのが、今の教科書。

こういうことなのではないでしょうか？

結論は、次のとおりです：

すなわち、

ここ（分数で割る割り算）は、「実感的理解」に結びつけることを目標とするところではない。そうではなく、「代数的処理の抽象化」の翼に乗せる、その体験をさせるべきところである。

しかし、新しい概念の学習の導入においては、「実感的理解」というものは絶対に必要である。

すなわち、**分数で割る割り算の指導においては、まずその「実感的理解」を体験させておいてから、「代数的処理の抽象化」の翼に乗せてあげるべきである。**

ところが、(イ)の方を採択して、分数で割る割り算を説明しようとしている**今の教科書の方式では、どんなにくわしい説明をしても、「実感的理解」には結びつかない**のだ。

ということは、指導の過程を考えたとき、**この例題（[→こちら](#)）は分数の割り算の導入にもって来るべき問題ではない**、ということになるのです。

こうして私は、ひとつの結論に、達したのです。

（順番は前後しましたが、この結論をくわしくまとめたものが、[コラム 08](#)です。）

あっという間に3時間半は過ぎ、三省堂を出なければならない時刻になりました。（教育専門書コーナーは別の階にあり、時間も残ってなかったので2冊しか見えませんでした。楽しみが残りました。これは、またそのうちに。）

春が近くなったとはいえ、まだまだ短い2月下旬の午後の日差しは、早や皇居の方からビルの影を落とし始めていました。

徒然 書店探訪草 (3)

5月、6月と4回大阪に行く用事があり、その空いた時間に、書店に立ち寄りました。いい本との出会いがありました。

それについて書くのですが、まわった書店は、ジュンク堂書店の梅田店、ジュンク堂書店の大阪本店、旭屋書店、ブック1stです。

大阪駅周辺は、これらの大きな書店が歩いてまわれる距離にあるので、実に便利がいいです。

もちろん、これらを1日でまわったのではありません。また、昔のように、丸々一日を本屋で過ごせるような贅沢な時間のとり方はできません。

ひとつの本屋に立ち寄って、私に許された時間の中で、ダラーッと見ていくのです。それで、時間はいっぱいです。

さて、時系列で書くよりは、内容別にまとめて書いたほうがよいと思いますので、必要ところは時系列も取り入れながら、内容別に分けて書きます。

I. 分数の割り算 探訪

ジュンク堂書店の梅田店でした。帰りの高速バスの出発時刻までの2時間ほどをここで過ごしたときのことです。ここでは、まっすぐ数学の専門書コーナーに行きました。たくさんありますから、次々に手にとっては見っていきます。

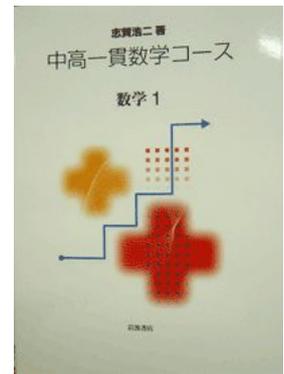
このセクションの表題を上記のように『分数の割り算 探訪』としましたが、もともと分数の割り算に関する本を探していたのではなく、手当たり次第に面白そうな本を手にとって見ていたのです。

パラパラとページをめくってみて、感じるところがない本はすぐに書棚に戻していきます。

そうしているときに、1冊の本に出会いました。

それが、この本です。

『中高一貫数学コース 数学1』
(志賀浩二著、岩波書店)



パラパラとページをめくっていて、なんと！
目が釘付けになりました。そして私の顔は思わずほころびました。

「同じだ！」

これについて、説明するのは、少し後に回しましょう。

志賀浩二さんは、私が大学生時代に、

『現代数学への招待 多様体とは何か』(1890年)

という本を岩波書店から出しており、その頃の数学書としては珍しく「親切で分かりやすい本だなあ」と思って購入して読んだものです。

さて、この『中高一貫数学コース 数学1』は、名前どおり中高一貫教育の中学校の数学の授業で使えるシリーズで、その第1冊めでした。



実は、私はその後この本を買っていないのです。このときは、「よし！買おう！」と思い、この本を持ってレジへ行こうとしたその瞬間、別の本が目に入ったからでした。

お金は3000円しかなかった
ので、別の本の方を買いました。
この本は右の写真の中にあります。
次のコラムでそれについて書きます。



志賀さんの本の話にもどりましょう。
私の顔は思わずほころび、「同じだ!」と思ったんだっただすね。
何が同じだったのかというと、**分数の割り算の説明の仕方**が、なのです。

「今の小学校の教科書が採用しているやり方は、初めて分数の勉強をする児童にとっては、**適当でない**」ということをこれまで何度も述べてきました。

数学教育アカデミーの採用している分数の割り算の説明は、それとは違うのでした。

そして、これまで、本屋に寄るたびに、数学教育アカデミーの採用している分数の割り算の説明と同じ説明をしている本はないのか?と興味を持って見ていましたが、なかったのです。

当然、数学教育アカデミーの説明のしかたが一番いい、と自負しています。なのに、それがどの本を見ても見当たらないのはどうしてか?

私はずっと不思議だったのです。

それと同じものに、ここで初めて出会ったわけです。
私の顔がほころぶはずでしょう。

ただし、志賀さんのこの本は、中学生向けですから、そのまま小学生には当然使えません。

この本の特徴を一言で言えば、中学生向けだけど、大変厳密である。

ですから、普通の公立の中学校でも当然使えません。本当の意味での高い基礎学力が要求されます。

けれども、**分数の割り算に限っては、他のどの参考書よりも**

「分かりやすい！」

のです。《情知意サイクル》の《情》から入って《知》に進むようになっていきますから、その点でも分かりやすい。

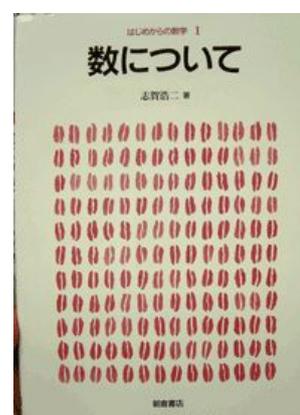
さて、それでは、肝心の分数を分数で割ることの理由の説明はどうなっているのでしょうか？

ちょっと待ってくださいね。

志賀さんは、別に、

『数について』（岩波書店）

という本も出しています。これも、分かりやすい。こちらは、「ふたりで」というコラムで《情》の部分に触れるようになっています。



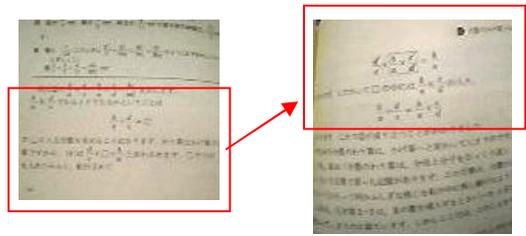
実は、その数週間後、私は旭屋書店で

『算数から見えてくる数学』（岩波書店）

という志賀さんの本を見つけたのでした。



分数の割り算の理由の説明は、これが最も分かりやすいでしょう。



2ページにまたがっていますが、たったこれだけ。そう。たったこれだけなのです。そして、この論理は、割り算を学んだ小学生がそのすぐ後に分数の勉強を始めても分かるのです。

(もちろん、この本では、文字を使った一般的な証明になっていますが、小学生には、具体的な数で体験させてあげればよろしい。それが、小学生という発達段階における、純粋に数学的な証明なのです。)

《スーパーらくらくプリント》は、このたった数行の証明を、何十枚ものプリントを使いさらに、小学3年生がこなしていくことのできるユーザーインターフェースを使って構成します。

実は、一番、わが数学教育アカデミーの書庫に持って帰りたかった本でしたが、私は十分「満足」してしまったのでした。そして、書庫にそろえるのは「いつでもいい」という気持ちになったのです。

でも、上に写真で紹介した本は、いずれすべて購入する予定です。

念のため、もう一度申し上げますと、内容は妥協なく厳密に論理が展開されていきますので、基礎学力のある中学生以上でないと、読み進めるのはしんどいかもかもしれません。

大学の数学科を出て教師になった方は、必携の書です。とても、面白く読め、さらにとっても参考になるでしょう。

一般の（小中学校の）教師の方も、是非一度は目を通して欲しい本だと思います。

さらに、教育学部の教授の方や文部科学省の方や教科書作成委員の方にも、是非研究していただきたい、その材料となる本だと思います。